Thème 6

Transferts thermiques et rayonnement

Questionnaire :

1ère question : Quel coefficient définit la capacité d'un matériau à conduire la chaleur :

- ☐ Le coefficient d'échange thermique surfacique h (W/m^2/K).
- ✖ La conductivité thermique λ (W/m/K).
- ☐ Le coefficient de diffusion D (m^2.s^{-1}).
- ☐ La viscosité η (kg/m/s).

2ème question : Un matériau peut être qualifié de « mauvais conducteur thermique » si :

- ☐ Sa conductivité thermique est élevée.
- ✖ Sa résistance thermique est élevée.
- ☐ Sa masse volumique est élevée.
- ☐ Sa viscosité est élevée.

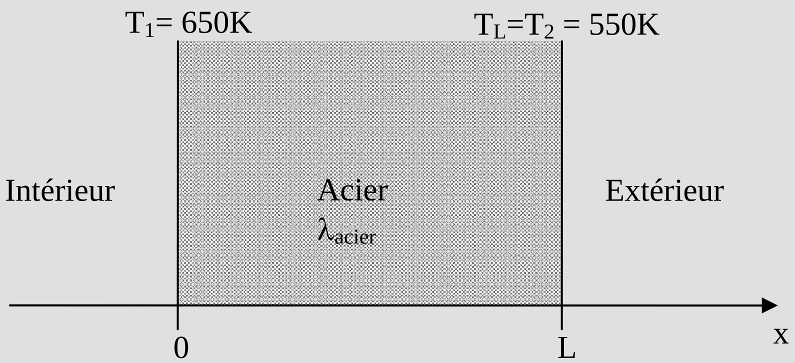
3ème question : Vrai ou Faux : pour une surface noire (également appelée corps noir) :

- ✖ Tout rayonnement incident est absorbé.
- ☐ Tout rayonnement incident est réfléchi.
- ✖ La rayonnement émis par ce corps est d'origine thermique.
- ☐ Le rayonnement absorbé est réémis à la même température.

EXERCICES

Exercice 1 - Conduction thermique : Puissance dissipée par un réacteur.

La cuve en acier d'un réacteur nucléaire forme une paroi supposée plane dont les dimensions (longueur et largeur) sont très grandes par rapport à l'épaisseur L = 20 cm. Les transferts thermiques de l'intérieur vers l'extérieur du réacteur s'effectuent à travers l'épaisseur L de la cuve suivant la direction horizontale Ox. La conductivité thermique de l'acier est : λ_{acier} = 20 W/m/K. Les températures sur les faces interne et externe du réacteur sont respectivement T_1 et T_2.



I - 1°) Rappeler la définition du flux de chaleur dans la paroi $\vec{J}$ (W/m^2) en fonction de λ_{acier} et du gradient de température.

Le flux s'exprime en (W/cm²) alors que la conductivité thermique s'exprime en W/K/m et le gradient de température en K/m. Par conséquent, nous pouvons écrire :

$$\boxed{\vec{J} = -\lambda_{acier} \cdot \overrightarrow{grad}(T) = -\lambda_{acier} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \overrightarrow{e_x}}$$

I - 2°) Calculer la puissance P(x) (en Watts) transmise à travers une surface verticale S en un point x quelconque à l'intérieur de la paroi en acier.

La puissance s'exprime en Watts alors que le flux s'exprime en W/m². Il faut donc multiplier le flux par la surface pour avoir une puissance. On à donc :

$$\boxed{P(x) = \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS = -\lambda_{acier} \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} = -\lambda_{acier} \cdot S \cdot \left(\frac{T_x - T_1}{x} \right)}$$

I - 3°) En considérant l'état stationnaire établi, donner l'expression de la température T(x) au point x.

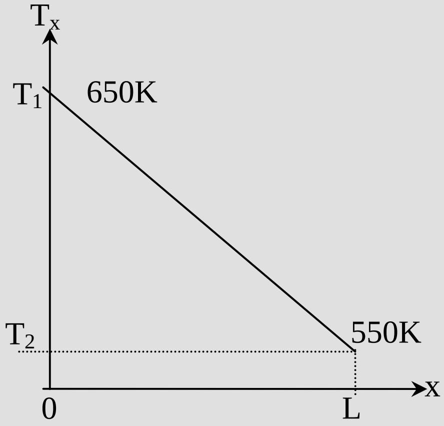
Si l'on considère un état stationnaire, cela signifie que la puissance et le flux sont constants en tout point x du domaine. On peut donc écrire que :

$$P(x) = P(L) \quad \text{soit} \quad P(x) = -\lambda_{acier} \cdot S \cdot \left(\frac{T_x - T_1}{x} \right) = P(L) = -\lambda_{acier} \cdot S \cdot \left(\frac{T_L - T_1}{L} \right)$$

On en conclut : $\boxed{T_x = \left(\dfrac{T_L - T_1}{L}\right) \cdot x + T_1}$

I - 4°) Tracer la variation de T(x) en fonction de x entre x = 0 et x = L.

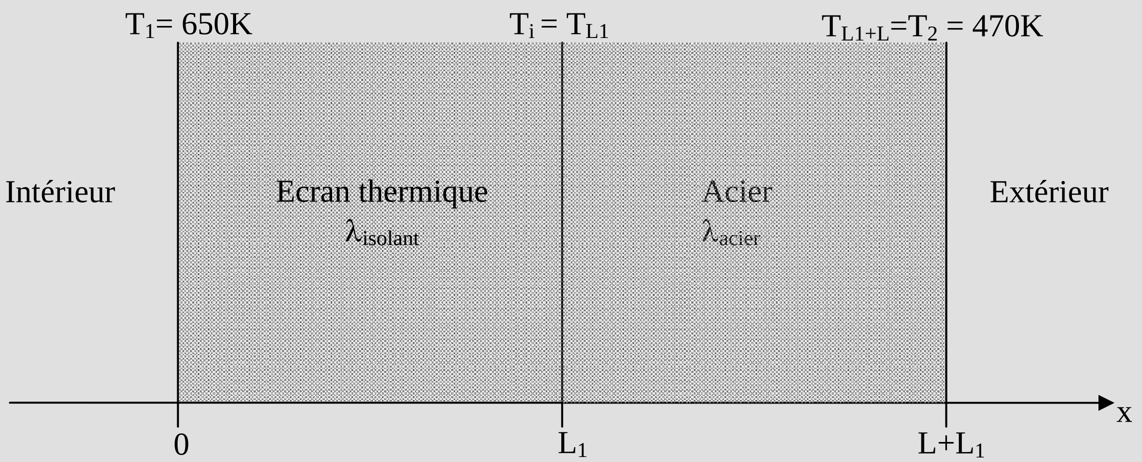
D'après la relation trouvée précédemment, on constate rapidement que nous avons une droite.



I - 5°) Considérons que la surface totale de la cuve du réacteur nucléaire est assimilable à une surface plane S_0 = 200 m^2. Quelle est alors la valeur de la puissance thermique dissipée par le réacteur à travers la cuve.

$\boxed{P = \lambda_{acier} \cdot S_o \cdot \left|\dfrac{T_L - T_1}{L}\right|}$ soit A.N : P = 2 MW

Pour diminuer les pertes thermiques du réacteur et protéger les installations extérieures, on dépose sur la face interne de la cuve en acier un écran thermique homogène, d'épaisseur L_1 = 20 cm et de conductivité thermique λ_{is} = 4 W/m/K.
Après établissement de l'état stationnaire, les températures des faces interne T_1 et externe T_2 du réacteur sont mesurées : T_1 = 650 K et T_2 = 470 K. La température (non mesurée) à l'interface isolant – cuve en acier est appelée T_i.



II – 1°) A partir des résultats des questions I – 2°) et I – 3°), donner l'expression de la température T(x) en un point x quelconque de l'isolant.

On se trouve dans l'isolant, donc pour des positions telles que $0 \le x \le L_1$. On considère un état stationnaire, soit P(x) = P(L_1). On donc :

$$P(x) = -\lambda_{isolant} \cdot S \cdot \left(\frac{T_x - T_1}{x} \right) = P(L_1) = -\lambda_{isolant} \cdot S \left(\cdot \frac{T_{L_1} - T_1}{L_1} \right) \quad \text{soit} \quad \boxed{T_x = \left(\frac{T_i - T_1}{L_1} \right) \cdot x + T_1}$$

II – 2°) Donner l'expression de la température T(x) en un point x quelconque de la paroi en acier.

Cette fois-ci, on se trouve dans la paroi en acier, donc des positions telles que $L_1 \le x \le L + L_1$. On considère toujours un état stationnaire, soit P(x) = P(L+L_1). On donc :

$$P(x) = -\lambda_{acier} \cdot S \cdot \left(\frac{T_x - T_{L_1}}{x - L_1} \right) = P(L + L_1) = -\lambda_{acier} \cdot S \cdot \left(\frac{T_{L+L_1} - T_{L_1}}{L} \right)$$

$$\text{soit} \quad \boxed{T_x = \left(\frac{T_2 - T_i}{L} \right) \cdot (x - L_1) + T_i}$$

D'après l'énoncé du problème, nous avons L_1=L, ce qui nous donne :

$$\boxed{T_x = \left(\frac{T_2 - T_i}{L} \right) \cdot x + 2T_i - T_2}$$

II – 3°) A partir de l'hypothèse de l'état stationnaire, calculer la température T_i à l'interface entre l'isolant et la paroi de la cuve en acier.

En supposant l'état stationnaire, nous pouvons écrire que $P_{isolant}(L_1)=P_{acier}(L_1)$. On a donc :

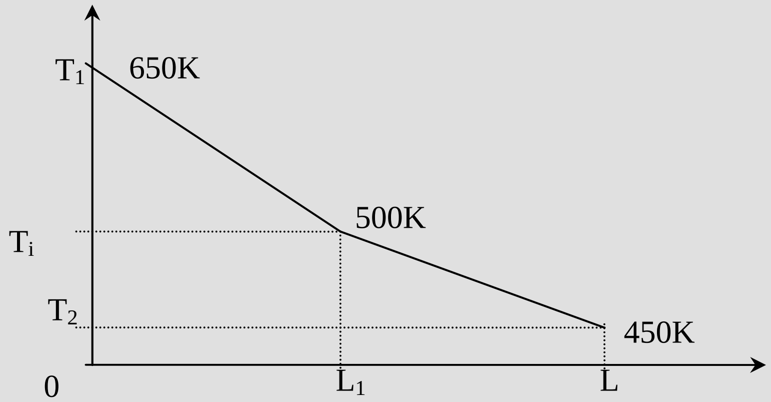
$$P_{isolant}(L_1) = -\lambda_{isolant} \cdot S \cdot \left(\frac{T_i - T_1}{L} \right) = P_{acier}(L_1) = -\lambda_{acier} \cdot S \cdot \left(\frac{T_2 - T_i}{L_1} \right) \quad \text{avec } L = L_1$$

On obtient finalement : $\boxed{T_i = \dfrac{\lambda_{isolant} \cdot T_1 + \lambda_{acier} \cdot T_2}{\lambda_{isolant} + \lambda_{acier}}}$ <u>A.N</u> : <u>T_i = 500K</u>

II – 4°) Tracer la variation de T(x) entre la face interne du réacteur (x = 0) et la face externe (x = L + L_1).

Si l'on souhaite tracer l'évolution de x = 0 à x = L+L_1, nous devons prendre en considération le passage dans l'isolant et ensuite le passage dans l'acier. Pour chaque cas, la pente ne sera pas la même.

$T_x^{isolant} = \left(\frac{T_i - T_1}{L_1}\right) \cdot x + T_1$ dans l'isolant et $T_x = \left(\frac{T_2 - T_i}{L}\right) \cdot x + 2T_i - T_2$ dans l'acier.



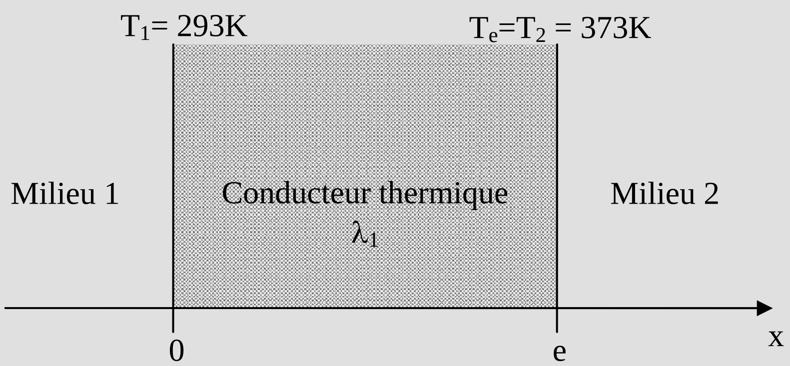
II – 5°) Pour le même réacteur que précédemment (surface totale S_0 = 200 m^2), donner la valeur de la puissance dissipée. L'écran thermique a-t-il eu un rôle positif ?

$\boxed{P = \lambda_{isolant} \cdot S_o \cdot \left|\frac{T_i - T_1}{L_1}\right|}$ soit A.N : P = 600W

L'introduction de l'isolant n'est pas négligeable. Les pertes thermiques ont été diminuées.

Exercice 2 - Conduction thermique : température d'interface entre deux matériaux.

Considérons un conducteur thermique d'épaisseur e = 5 cm et de conductivité thermique λ_1 (W/m/K) qui sépare deux milieux de températures différentes. A l'état stationnaire, les températures des faces gauches (T_1) et droites (T_2) du matériau conducteur sont mesurées : T_1 = 293 K et T_2 = 373 K.



I – 1°) Rappeler la définition du flux de chaleur dans le matériau $\vec{J}$ (W/m^2) en fonction de λ_1 et du gradient de température.

Le flux s'exprime en (W/cm²) alors que la conductivité thermique s'exprime en W/K/m et le gradient de température en K/m. Par conséquent, nous pouvons écrire :

$$\boxed{\vec{J} = -\lambda_1 \cdot \overrightarrow{grad}(T) = -\lambda_1 \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\overrightarrow{e_x}}$$

I – 2°) En déduire la puissance P (W) transmise à travers une surface quelconque S en un point x à l'intérieur du matériau conducteur.

La puissance s'exprime en Watts alors que le flux s'exprime en W/m². Il faut donc multiplier le flux par la surface pour avoir une puissance. On à donc :

$$\boxed{P(x) = \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS = -\lambda_1 \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} = -\lambda_1 \cdot S \cdot \left(\frac{T_x - T_1}{x}\right)}$$

I – 3°) Avec l'hypothèse d'un état stationnaire, en déduire l'expression de la température T(x) en un point quelconque x du matériau en fonction T_1, T_2 et e.

Si l'on considère un état stationnaire, cela signifie que la puissance et le flux sont constants en tout point x du domaine. On peut donc écrire que :

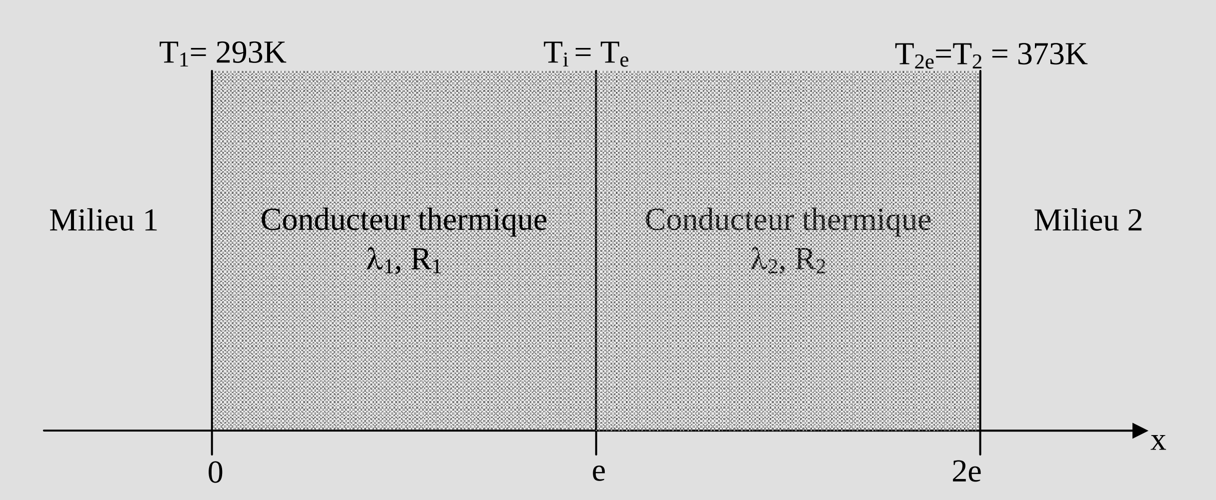
$$P(x) = P(e) \quad \text{soit} \quad P(x) = -\lambda_1 \cdot S \cdot \left(\frac{T_x - T_1}{x}\right) = P(e) = -\lambda_1 \cdot S \cdot \left(\frac{T_2 - T_1}{e}\right)$$

On en conclut : $\boxed{T_x = \left(\frac{T_2 - T_1}{e}\right) \cdot x + T_1}$

I – 4°) Ce profil serait-il différent dans le cas d'un matériau isolant (λ_1 faible) par rapport à un matériau bon conducteur (λ_1 grand). Commenter.

Le profil ne changerait pas si les deux températures de surface restent les mêmes, étant donné que le profil T_x est indépendant des conductivités thermiques. L'évolution sera donc linéaire dans les deux cas. Par contre, le flux va changer car cette grandeur dépend des conductivités thermiques. Si on prend une conductivité thermique plus faible, le flux sera plus petit, il faudra donc plus de temps pour atteindre un état stationnaire.

On met à présent en contact, suivant leur surface commune (un plan vertical d'aire S) deux matériaux conducteurs de conductivités thermiques respectives λ_1 et λ_2. Les deux matériaux ont une même épaisseur e. En régime stationnaire, l'ensemble des deux conducteurs se comporte comme un système dont l'état ne dépend que de la coordonnée spatiale x le long de l'axe horizontal perpendiculairement au plan d'interface entre les deux matériaux. L'ensemble des deux conducteurs sépare toujours deux milieux gazeux de températures différentes. Les deux faces qui ne sont pas en contact présentent des températures T_1 = 293 K (à gauche) et T_2 = 373 K (à droite). Enfin, on désigne par T_i la température sur le plan d'interface entre les deux matériaux.



II – 1°) Par analogie avec l'exercice précédent, donner les expressions des profils de températures T(x) dans chacun des matériaux en fonction de T_1, T_2, T_i, e et x.

Si l'on se trouve dans le conducteur 1, donc pour des positions telles que $0 \leq x \leq e$, dans un état stationnaire, soit P(x) = P(e), on a :

$$P(x) = -\lambda_1 \cdot S \cdot \left(\frac{T_x - T_1}{x}\right) = P(e) = -\lambda_1 \cdot S\left(\cdot \frac{T_i - T_1}{e}\right) \quad \text{soit} \quad \boxed{T_x = \left(\frac{T_i - T_1}{e}\right) \cdot x + T_1}$$

Si l'on se trouve dans le conducteur 2, donc pour des positions telles que $e \leq x \leq 2e$, dans un état stationnaire, soit P(x) = P(2e), on a :

$$P(x) = -\lambda_2 \cdot S \cdot \left(\frac{T_x - T_i}{x - e}\right) = P(2e) = -\lambda_2 \cdot S \cdot \left(\frac{T_2 - T_i}{e}\right) \quad \text{soit} \quad \boxed{T_x = \left(\frac{T_2 - T_i}{e}\right) \cdot x + 2T_i - T_2}$$

II – 2°) En considérant l'état stationnaire, calculer la température T_i à l'interface entre les deux matériaux en fonction de T_1, T_2, λ_1 et λ_2.

En supposant l'état stationnaire, nous pouvons écrire que $P_{isolant}(L_1)=P_{acier}(L_1)$. On a donc :

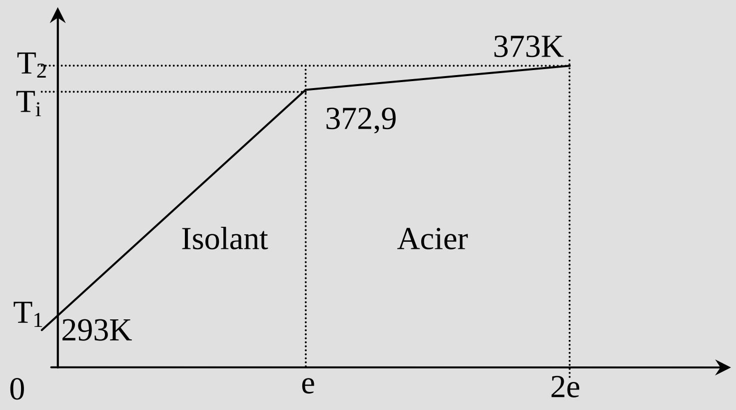
$$P_1(e) = -\lambda_1 \cdot S \cdot \left(\frac{T_i - T_1}{e}\right) = P_2(e) = -\lambda_2 \cdot S \cdot \left(\frac{T_2 - T_i}{e}\right)$$

On obtient finalement : $\boxed{T_i = \frac{\lambda_1 \cdot T_1 + \lambda_2 \cdot T_2}{\lambda_1 + \lambda_2}}$ <u>A.N</u> : T_i = 372,87K

II – 3°) Tracer le profil global de température T(x) pour l'ensemble du système dans le cas où le matériau 1 est un isolant (λ_1 = 0.1 W/m/K) et le matériau 2 de l'acier (λ_2 = 63 W/m/K).

Si l'on souhaite tracer l'évolution de x = 0 à x = 2e, nous devons prendre en considération le passage dans le premier conducteur puis dans le second conducteur. Pour chaque cas, la pente ne sera pas la même.

On a $T_x = \left(\frac{T_i - T_1}{e} \right) \cdot x + T_1$ dans l'isolant et $T_x = \left(\frac{T_2 - T_i}{e} \right) \cdot x + 2T_i - T_2$ dans l'acier.



II – 4°) Calculer alors la puissance transmise P (W) à travers le système en supposant une surface de contact entre les deux matériaux S = 1 m^2.

$$P_{isolant} = \lambda_{isolant} \cdot S_o \cdot \left| \frac{T_i - T_1}{e} \right|$$ soit <u>A.N</u> : <u>P = 160W</u>

$$P_{acier} = \lambda_{acier} \cdot S_o \cdot \left| \frac{T_2 - T_i}{e} \right|$$ soit <u>A.N</u> : <u>P = 160W</u>

II – 5°) Calculer les résistances thermiques R_1 et R_2 associées à chacun des matériaux. En déduire l'expression de la résistance thermique totale du système.

On rappelle tout d'abord qu'une résistance thermique associée à un matériau se met sous la forme suivante :

$$\boxed{R = \frac{\Delta T}{P_{uissance}}} \quad \text{et} \quad \boxed{R_{totale} = \sum_i R_i}$$

On obtient donc ici : $R_{totale} = R_{isolant} + R_{acier} = \left(\frac{\Delta T}{P_{uissance}} \right)_{isolant} + \left(\frac{\Delta T}{P_{uissance}} \right)_{acier}$

$$\text{Soit} \quad R_{totale} = \left(\frac{e}{\lambda_1 S} \right)_{isolant} + \left(\frac{e}{\lambda_2 S} \right)_{acier} \quad \text{d'où} \quad \boxed{R_{totale} = \frac{e}{S} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right)}$$

II – 6°) En utilisant les résistances thermiques R_1 et R_2 et en vous appuyant sur une analogie électrique (pont diviseur de tension), retrouver l'expression de la température T_i à l'interface entre les deux matériaux.

<u>Analogie Electrique :</u> Pont diviseur de Tension.

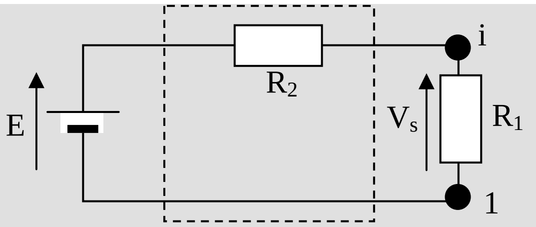


Fig. 1 : Le pont diviseur de tension

$$V_s = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) \cdot E = V_i - V_1$$

$$V_s = V_i - V_1 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) \cdot (V_2 - V_1)$$

$$= T_i - T_1 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) \cdot (T_2 - T_1)$$

II – 7°) Application : on considère à présent que le matériau 1 est un matériau organique (corps humain par exemple) de conductivité thermique λ_1 = 0.5 W/m/K.

a) Calculer la température T_i si le matériau 2 est du bois (λ_2 = 0.2 W/m/K).

b) Calculer la température T_i si le matériau 2 est du cuivre (λ_2 = 390 W/m/K).

Conclure.

Nous avons vu que $T_i = \dfrac{\lambda_1 \cdot T_1 + \lambda_2 \cdot T_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$, ce qui nous donne

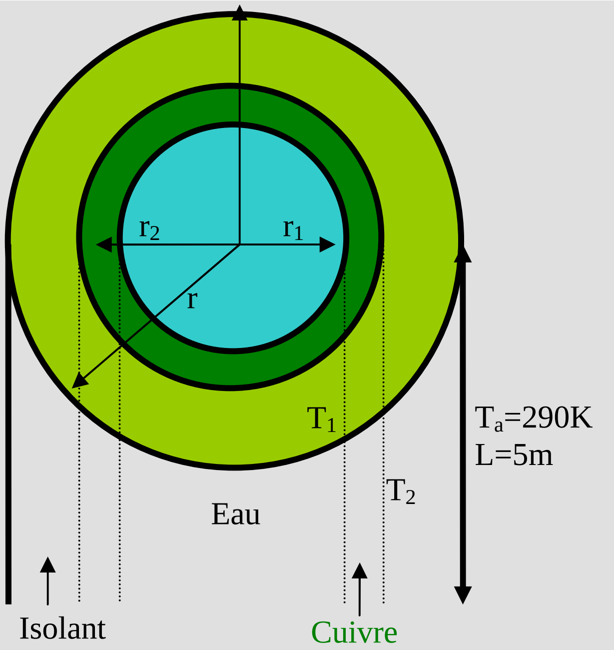
<u>Pour le bois :</u> T_i = 315.9K soit 43°C et <u>pour le cuivre :</u> T_i = 372,9K soit 99,9°C. On peut donc en conclure que le bois nous isole de la chaleur, à l'inverse du cuivre.

Exercice 3 – Conduction, résistance thermique et échanges thermiques surfaciques : Conduite cylindrique en régime stationnaire, application à l'isolation des conduites d'eau de faible dimension.

On se propose d'isoler une conduite d'eau en cuivre constituée d'un cylindre de longueur L = 5 m, de rayon intérieur r_1 = 5 mm et de rayons extérieur r_2 = 6 mm. On donne la conductivité thermique du cuivre λ_{Cu} = 380 W/m/K.

Pour isoler la conduite d'eau, on installe autour du tube en cuivre une gaine cylindrique coaxiale constituée d'un matériau isolant de conductivité thermique λ_{is} = 0.1 W/m/K, de rayon intérieur r_2 et de rayon externe r.

La température T_1 de la paroi interne du tube en cuivre est prise égale à la température de l'eau chaude qui circule dans la conduite (T_1 = 350 K). On suppose en outre que l'eau ne se refroidit pas lorsqu'elle parcours les 5 m de conduite (i.e. pas de variation de T_1 sur la longueur L du tube). La température de l'air ambiant entourant le système est T_a = 290 K et le coefficient d'échange thermique surfacique entre la surface externe du dispositif et le gaz ambiant est donné par h = 10 W/m^2/K.



1°) Donner l'expression du flux de chaleur $\vec{J}$ (W/m^2) dans le tube en cuivre en fonction de la conductivité thermique du cuivre λ_{Cu} et du gradient de température.

Le flux s'exprime en (W/m²) alors que la conductivité thermique s'exprime en W/K/m et le gradient de température en K/m. Par conséquent, nous pouvons écrire :

$$\boxed{\vec{J} = -\lambda_{Cu} \cdot \overrightarrow{grad}(T) = -\lambda_{Cu} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \overrightarrow{e_r}}$$

2°) Calculer la puissance P(W) transmise à travers la couche de cuivre lorsque le système est à l'état stationnaire. En déduire la variation de température ($\Delta T = T_2 - T_1$) entre les surfaces internes (r_1) et externe (r_2) du tube de cuivre.

La puissance s'exprime en Watts alors que le flux s'exprime en W/m². Il faut donc multiplier le flux par la surface pour avoir une puissance. On à donc :

$$P(x) = \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS = \iint_S -\lambda_{Cu} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \cdot \overrightarrow{e_r} \cdot \overrightarrow{e_r} \cdot dS$$

Puisque $dS_r = r \cdot d\varphi \cdot dz$, $P(x) = -\lambda_{Cu} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \cdot \iint_S \cdot \overrightarrow{e_r} \cdot \overrightarrow{e_r} \cdot (r \cdot d\varphi \cdot dz) = -\lambda_{Cu} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \cdot r \cdot \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi \int_{z=0}^{L} dz$

Ce qui nous donne : $\boxed{P(x) = -\lambda_{Cu} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \cdot r \cdot (2\pi L)}$

On peut donc en conclure que $dT = -\frac{P}{\lambda_{Cu}\cdot(2\pi L)}\cdot\frac{dr}{r}$ soit $\boxed{\Delta T = -\frac{P}{\lambda_{Cu}\cdot(2\pi L)}\cdot\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$

3°) A partir des expressions obtenues aux questions précédentes, montrer que la résistance thermique R_{Cu} d'une couche de cuivre cylindrique, homogène de conductivité thermique λ_{Cu}, de longueur L et de rayon interne et externe r_1 et r_2 est donnée par :

$$R_{Cu} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\lambda_{Cu}L}$$

On rappelle qu'une résistance thermique associée à un matériau se met sous la forme suivante :

$$R = \frac{\Delta T}{P_{uissance}} \quad \text{soit} \quad \boxed{R_{Cu} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\lambda_{Cu}L}}$$

4°) En déduire l'expression de la résistance thermique de la couche isolante.

5°) Rappeler l'expression de la puissance transmise par la surface externe du système en fonction du coefficient h, de la surface extérieure totale S et de la différence de température entre la surface externe et le gaz ambiant ($\Delta T = T_{ex} - T_a$). En déduire l'expression de la résistance thermique R_h de la surface de transfert thermique extérieure en r.

6°) Application numérique : Calculer les valeurs des résistances thermiques R_{Cu}, R_{is} et R_h en r = r_0 = 3cm.

$$R_{cuivre} = \frac{1}{2\pi\times5\times380}\cdot\ln\left(6/5\right)$$ soit <u>A.N</u> : R_{cuivre}=5,53.10^{-5}K/W

$$R_{isolant} = \frac{1}{2\pi\times5\times0{,}1}\cdot\ln\left(3/0{,}6\right)$$ soit <u>A.N</u> : $R_{isolant}$=0,51K/W

$$R_h = \frac{1}{2\pi\times0{,}03\times5\times10}$$ soit <u>A.N</u> : R_h=0,11K/W

7°) En déduire l'expression et la valeur numérique de la résistance thermique totale R_{tot}. Conclure (peut-on simplifier cette expression ?).

$$R = \frac{\Delta T}{P_{uissance}} \quad \text{soit} \quad \boxed{R_{totale} = R_{isolant} + R_h + R_{cuivre} \approx R_{isolant} + R_h}$$

8°) Calculer alors la puissance perdue P (W) par la conduite d'eau (à l'état stationnaire). Faire l'application numérique en r = r_0 = 3cm.

$$\boxed{P_{uissance} = \frac{(\Delta T)_{Total}}{R_{Total}} = \frac{T_1 - T_a}{R_{Total}}}$$ soit A.N : $P_{uissance}$ = 96,8 W

9°) En déduire la température T_{ex} de la surface externe de la couche d'isolant.

$$P_{uissance} = h \cdot 2\pi \cdot r_o \cdot L \cdot (T_{ex} - T_a) \quad \text{soit} \quad \boxed{T_{ex} = T_a + \frac{P}{h \cdot 2\pi \cdot r_o \cdot L}} = 300 \text{ K}$$

10°) A partir de l'expression approchée de R_{tot} obtenue à la question 7°), montrer qu'il existe une valeur critique r_{crit} du rayon extérieur r de la couche d'isolant pour lequel la résistance thermique R_{tot} est minimale (dans ce cas, les pertes sont maximales). Calculer r_{crit}.

Pour déterminer la valeur minimale de Rtot, il faut déterminer sa dérivée et calculer la valeur de r pour laquelle cette dérivée s'annule. Nous avons :

$$R_{Tot} \approx \frac{\ln(r/r_2)}{2\pi\lambda_{Isolant} L} + \frac{1}{2\pi \cdot r \cdot L \cdot h} \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{dR_{Tot}}{dr} = \frac{1}{2\pi \cdot r \cdot L \cdot h} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_{isolant}} - \frac{1}{h \cdot r} \right)}$$

Cette dérivée s'annule pour $\boxed{r = r_{critique} = \frac{\lambda_{isolant}}{h}}$ = 1cm

11°) Calculer la puissance dissipée par le système dans les trois cas suivants :

- en l'absence d'isolant
- pour r = r_{crit}
- pour r = 3× r_{crit}

Est-il toujours judicieux d'isoler une conduite d'eau chaude de faible diamètre ????

En l'absence d'isolant : $P_{uissance} = \frac{(\Delta T)_{Total}}{R_{Total}} = \frac{T_1 - T_a}{R_{Total}} = \frac{T_1 - T_a}{R_{Cu} + R_h}$ =113,1W

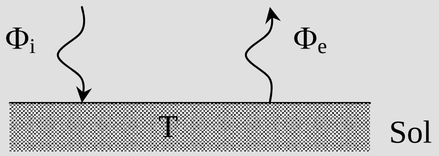
Avec l'isolant (r = r_{crit}) : $P_{uissance} = \frac{(\Delta T)_{Total}}{R_{Total}} = \frac{T_1 - T_a}{R_{Total}} = \frac{T_1 - T_a}{R_{Cu} + R_h + R_{isolant}(r = r_{crit})}$ =124,77W

Avec l'isolant (r = 3r_{crit}) : $P_{uissance} = \frac{(\Delta T)_{Total}}{R_{Total}} = \frac{T_1 - T_a}{R_{Total}} = \frac{T_1 - T_a}{R_{Cu} + R_h + R_{isolant}(r = 3r_{crit})}$ = 97,02W

On peut donc constater qu'une isolation avec un rayon $r_{critique}$ consomme plus d'énergie. Il n'est donc pas toujours judicieux d'isoler une conduite d'eau chaude si son daimètre est faible.

Exercice 4 - Rayonnement thermique : Equilibre radiatif de la Terre.

Le flux incident solaire ϕ_i reçu en France au mois de juillet est de 250 W/m^2. On suppose que l'atmosphère est totalement transparente au rayonnement solaire et que la surface terrestre est assimilable à un corps noir.



1°) Quelle température de surface permet d'assurer l'équilibre radiatif de la Terre.

Le sol se comporte comme un corps noir, par conséquent, il ne réfléchit pas le rayonnement. Tout rayonnement incident est absorbé donc le flux radiatif émis par le sol est uniquement lié à sa température. L'équilibre radiatif est obtenu si $\phi_i = \phi_e$ ($\phi_{total} = 0$). Or, le flux rayonné par le sol est celui lié à sa température, soit $\phi_e = \sigma \cdot T^4$ où σ est la constante de Stefan telle que $\sigma = \frac{2\pi}{15} \cdot \frac{k_B^4}{h^3 c_2} = 5{,}67.10^{-8} W/m^2/K^4$. Donc, si $\phi_i = \phi_e$, alors nous pouvons écrire que :

$$\boxed{\phi_i = \sigma T^4 \rightarrow T = \left(\frac{\phi_i}{\sigma}\right)^{1/4}}$$

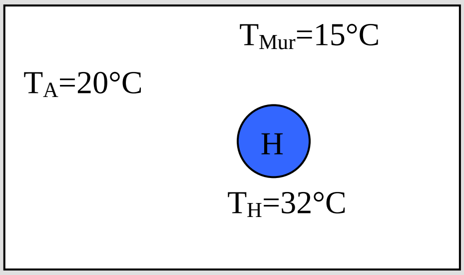
<u>A.N :</u> T = 257K soit -16°C

2°) Comparer ce résultat avec les valeurs de températures réelles mesurées.

La température obtenue est inférieure à la température moyenne au sol qui est en réalité de 14°C. En fait, il faut tenir compte du rôle joué par l'atmosphère qui absorbe en partie le rayonnement thermique du sol (Effet de Serre). Sans effet de serre, la température moyenne actuelle au niveau du sol serait voisine de -15°C à -20°C. L'effet de Serre est donc indispensable à la vie. Le seul souci est qu'il ne faut pas qu'il s'emballe.

Exercice 5 - Rayonnement thermique : Flux radiatif et convectif perdu par le corps humain.

On admet que la surface du corps humain est assimilable à une surface noire convexe isotherme de température T_H = 32°C et de surface totale S_H = 1 m^2. On considère également que les murs d'une pièce d'habitation (où se trouve l'homo sapiens en question) sont assimilables à des surfaces noires isothermes à la température T_M = 15°C. Enfin, l'air qui emplit la pièce est supposé totalement transparent et isotherme à la température T_A = 20°C.



1°) Calculer la puissance radiative P_{rad} (W) échangée par le corps humain avec son environnement.

L'homme va émettre du rayonnement thermique mais aussi en absorber. Il faut donc faire le bilan d'énergie entre ce qui est émis et ce qui est absorbé.

$$P_{rad} = P_{émise} - P_{absorbée} \quad \text{soit} \quad \boxed{P_{rad} = S_{Homme} \cdot \sigma \cdot T^4_{Homme} - S_{Homme} \cdot \sigma \cdot T^4_{Murs}}$$

$$\underline{\text{A.N :}}\ P_{rad} = 1 \times 5{,}67.10^{-8} \times \left(305^4 - 288^4\right) = \underline{100{,}6\text{W}}$$

2°) Le coefficient d'échange thermique surfacique à la surface du corps humain est h = 5 W/m^2/K. Calculer la puissance convective P_{conv} (W) échangée par le corps humain avec l'air ambiant environnant.

$$\boxed{P_{conv} = h \cdot S_H \left(T_H - T_A\right)} \qquad \underline{\text{A.N :}}\ P_{conv} = 5 \times 1 \times (305 - 293) = \underline{60\text{W}}$$

3°) Comparer les deux termes de puissance.

Les pertes thermiques du corps humain par convection et par rayonnement sont aussi du même ordre de grandeur.